**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม**

**เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ (1) เวลา 2 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากันและการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

**สาระสำคัญ**

**บทนิยาม 2** ให้ และ เป็นจำนวนจริง

เป็นรากที่สองของ ก็ต่อเมื่อ

**บทนิยาม 3** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

เป็นรากที่ ของ ก็ต่อเมื่อ

**บทนิยาม 4** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

เป็นค่าหลักของรากที่ ของ ก็ต่อเมื่อ

1. เป็นรากที่ ของ และ

2.

แทนค่าหลักของรากที่ ของ ด้วย 

**ทฤษฎีบท** ให้ ≥ 0 และ ≥ 0 จะได้

**ทฤษฎีบท** ให้ ≥ 0 และ > 0 จะได้

**ทฤษฎีบท** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 โดยที่

และ มีรากที่ n แล้ว

**ทฤษฎีบท**  ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 โดยที่

และ มีรากที่ และ ≠ 0 แล้ว

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

นักเรียนเข้าใจบทนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

**สาระการเรียนรู้**

**รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์**

**บทนิยาม**  ให้ และ เป็นจำนวนจริง เป็นรากที่สองของ ก็ต่อเมื่อ

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนต่อไปนี้เป็นรากที่สองของจำนวนใด

1.1) 4

4 เป็นรากที่สองของ 16 เพราะ 42= 16

1.2) 

 เป็นรากที่สองของ  เพราะ

1.3) 0

0 เป็นรากที่สองของ 0 เพราะ 02= 0

1.4)

เป็นรากที่สองที่ไม่เป็นลบของ 5 เพราะ = 5 และ

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนใดเป็นรากที่สองของจำนวนต่อไปนี้

2.1) 16

รากที่สองของ 16 ได้แก่ 4 และ -4

2.2) 

รากที่สองของ  ได้แก่  และ -

2.3) 5

รากที่สองของ 5 ได้แก่  และ -

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า และ

 เพราะว่า  และ 

 เพราะว่า  และ ****

**บทนิยาม** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

เป็นรากที่ ของ ก็ต่อเมื่อ

ตัวอย่างที่ 4 จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1) 2 เป็นรากที่ 4 ของจำนวนใด

2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ 24 = 16

4.2) -2 เป็นรากที่ 4 ของจำนวนใด

-2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ (-2)4 = 16

4.3) -3 เป็นรากที่ 5 ของจำนวนใด

-3 เป็นรากที่ 5 ของ -243 เพราะ (-3)5 = -243

ตัวอย่างที่ 5 จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1) รากที่ 4 ของ 16

ในระบบจำนวนจริง รากที่ 4 ของ 16 มีสองรากคือ 2 และ -2

5.2) รากที่ 5 ของ -243

ในระบบจำนวนจริง รากที่ 5 ของ -243 มีรากเดียวคือ -3

**ค่าหลักของรากที่ n**

**บทนิยาม** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

เป็นค่าหลักของรากที่ ของ ก็ต่อเมื่อ

1. เป็นรากที่ ของ และ

2.

แทนค่าหลักของรากที่ ของ ด้วย 

ตัวอย่างที่ 6 จงหา

6.1) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16

ค่าหลักของรากที่ 4 ของ 16 คือ 2

6.2) ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -125

ค่าหลักของรากที่ 3 ของ -125 คือ -5

6.3) ค่าหลักของรากที่ 5 ของ 32

ค่าหลักของรากที่ 5 ของ 32 คือ 2

6.4) ค่าหลักของรากที่ 7 ของ -5

ค่าหลักของรากที่ 7 ของ -5 คือ 

6.5) ค่าหลักของรากที่ 4 ของ -16

ไม่มีค่าหลักของรากที่ 4 ของ -16 ในระบบจำนวนจริงเพราะ ไม่เป็นจำนวนจริง

**ทฤษฎีบท** ให้ ≥ 0 และ ≥ 0 จะได้

**ทฤษฎีบท** ให้ ≥ 0 และ > 0 จะได้

**ทฤษฎีบท** ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 โดยที่

และ มีรากที่ n แล้ว

**ทฤษฎีบท**  ให้ และ เป็นจำนวนจริง และ เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 โดยที่

และ มีรากที่ และ ≠ 0 แล้ว

ตัวอย่างที่ 7 จงเขียนเศษส่วน โดยไม่มีเครื่องหมายกรณฑ์ที่ตัวส่วน

วิธีทำ =

=

=

=

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน โดยยกตัวอย่างบนกระดานเพื่อให้นักเรียนสังเกตคำตอบร่วมกัน ดังนี้ 1) รากที่สองของ 16 มีค่าเท่ากับเท่าไร

2)  มีค่าเท่ากับเท่าไร

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเป็นหลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับรากที่สอง และเครื่องหมายกรณฑ์

2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ คำนวณหาคำตอบ

 **= ………………………..**

สามารถกดได้ดังนี้

กดs100=

 = ……………………………..

สามารถกดได้ดังนี้

กด a

ใส่ตัวเลข 1จากนั้น เลื่อน cursor

กด R ไปยังตัวส่วน แล้วกด s



เติมตัวเลข 64=

 **=…………………………….** กด sz1=



ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายจากการคำนวณค่าของ หาคำตอบไม่ได้ จนได้ข้อสรุปว่าเนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดๆที่ยกกำลังสองและได้เท่ากับ −1

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย ครูสามารถอนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบได้ แต่ต้องสรุปคำตอบให้ได้

**ค่าหลักของรากที่ n**

4. ครูยกตัวอย่างที่ 4 และ 5 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

5. ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 2-1 ให้นักเรียนทำโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ เพื่อหาคำตอบของแต่ละข้อ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตารางในใบกิจกรรมที่ 2-1

(ขั้นการสำรวจ)

6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอความสัมพันธ์ที่ค้นพบได้จากใบกิจกรรมที่ 1 หน้าชั้นเรียน

(ขั้นหาความสัมพันธ์)

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปอภิปรายค่าหลักของรากที่ n (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

8. ครูยกตัวอย่างที่ 6 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

**ทฤษฎีบทต่างๆ**

9. ครูแบ่งกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน (กลุ่มเดิม) จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 2-2 ให้นักเรียนทำโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาคำตอบของแต่ละข้อ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตารางในใบกิจกรรมที่ 2-2 ซึ่งมีทั้งหมด 3 ตอน (ขั้นการสำรวจ)

10. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอความสัมพันธ์ที่ค้นพบได้จากใบกิจกรรมที่ 2 หน้าชั้นเรียน

(ขั้นหาความสัมพันธ์)

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปอภิปรายทฤษฎีบท

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 โดยไม่ต้องใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์เพื่อเพิ่มเติมความเข้าใจสมบัติของรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และครูสุ่มตัวแทนนักเรียนมาเฉลยคำตอบ พร้อมให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

13. ครูยกตัวอย่างที่ 7 โดยใช้วิธีการถาม-ตอบและร่วมกันเสนอแนวคิดของการแก้โจทย์ปัญหา

14. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันดังนี้

กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีของทรงกลม (r) กับปริมาตรของทรงกลม (V) เป็นดังนี้

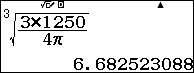
****

ถ้าต้องการสร้างวัตถุทรงกลมซึ่งมีปริมาตรประมาณ 1,250 ลูกบาศก์เซนติเมตร จะต้องกำหนดให้วัตถุดังกล่าวมีรัศมีเท่าใด

แนวคิด จากสูตร ****

แทนค่า V = 1,250 จะได้ ****

ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์หาคำตอบจะได้



ดังนั้น จะต้องกำหนดให้วัตถุดังกล่าวมีรัศมีประมาณ 6.68 เซนติเมตร

11. ครูให้นักเรียนช่วยกันหาค่าของ

โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ จะพบว่า

ไม่สามารถหาค่าได้ หน้าจอจะแสดงผลดังนี้

เนื่องจากจำนวนที่อยู่ในรูปเครื่องหมายกรณฑ์ที่สองต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เท่านั้น (ขั้นการแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน)

12. ครูให้นักเรียนพิจารณา

 และ

 และ 

ซึ่งจะพบว่าคำตอบที่ได้จะไม่เท่ากัน และให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตร่วมกันและสรุปความสัมพันธ์ที่ได้ว่าทั้ง 4 ทฤษฎีบท จำนวนที่อยู่ภายในเครื่องหมายกรณฑ์จะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ ทฤษฎีบทจึงจะเป็นจริง

13. ครูและนักเรียนร่วมพิจารณาว่า  หรือไม่

14. ครูและนักเรียนร่วมพิจารณาว่า  หรือไม่

15. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบทของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเครื่องหมายกรณฑ์ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้**

1. ใบกิจกรรมที่ 1 ค่าหลักของของรากที่ n
2. ใบกิจกรรมที่ 2 รากที่สองในระบบจำนวนจริง รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
3. แบบฝึกหัดที่ 2
4. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551)

**การวัดและการประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2-1
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2-2 ทั้ง 3 ตอน
3. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2
4. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 2-1**

**เรื่อง ค่าหลักของของรากที่ n**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาคำตอบ แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **จำนวน**  **(x)** | **n** | **รากที่ n ของ x**  **(y)** | **y ที่ทำให้ xy≥0** | **ค่าหลักของรากที่ n** |
| 1 | 16 | 2 | 4, -4 | 4 | 4 |
| 2 | -8 | 3 | -2 | -2 | -2 |
| 3 | 32 | 5 |  |  |  |
| 4 | 125 | 3 |  |  |  |
| 5 | -81 | 4 |  |  |  |
| 6 | -64 | 3 |  |  |  |
| 7 | -243 | 5 |  |  |  |
| 8 | -10000 | 4 |  |  |  |
| 9 | -27 | 3 |  |  |  |
| 10 | 0 | 2 |  |  |  |

จากโจทย์ข้างต้นจำนวนในข้อใดบ้างที่ไม่มีค่าหลักของรากที่ n …………………………………………………………………..

เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น .............................................................................................................................................

รากที่ n ของ 0 มี……………………..ราก คือ ............................ และค่าหลักรากที่ n ของ 0 คือ.............................

เมื่อ x เป็นจำนวนจริงบวก จะได้ว่า ค่าหลักรากที่ n ของ x เป็นจำนวนจริงบวกหรือลบ....................................

เมื่อ x เป็นจำนวนจริงลบ และหารากที่ n ได้

จะได้ว่า ค่าหลักรากที่ n ของ x เป็นจำนวนจริงบวกหรือลบ.................................................................................

y เป็นค่าหลักรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ

...........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

**ใบกิจกรรมที่ 2-2**

เรื่อง รากที่สองในระบบจำนวนจริง รากที่ n ในระบบจำนวนจริง และจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

**ตอนที่ 1 คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาคำตอบ แล้วเติมคำตอบลงในตารางให้ถูกต้องกำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |

จากตารางข้างต้น **** และ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

จากตารางข้างต้น **** และ **** มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

**สรุป** เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

ซึ่ง และ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า …………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

**ตอนที่ 2** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ในการหาคำตอบทุกข้อ

กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ , n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ y ≠ 0

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |

จากตารางข้างต้น และ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

จากตารางข้างต้น และ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

สรุป เมื่อ และ เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่  , n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 , และ

เป็นจำนวนจริงจะได้ว่า

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

**ตอนที่ 3** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ในการหาคำตอบทุกข้อ

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ข้อ** |  | **คำตอบ** | **n เป็นจำนวน** | | **x เป็นจำนวน** | |
| **คู่** | **คี่** | **บวก** | **ลบ** |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  |

ให้ n เป็นค่าหลักของราก โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1

จากตารางข้างต้น รากที่ n ของจำนวนจริง และ คำตอบ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ และ จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนจริงบวก

จะได้ว่ามีคำตอบเป็น.............................................................................................................

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ และ จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนจริงลบ

จะได้ว่า...................................................................................................................................

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนจริงบวก

จะได้ว่ามีคำตอบเป็น...............................................................................................................

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ และ จำนวนที่อยู่ในเครื่องหมายกรณฑ์เป็นจำนวนจริงลบ

จะได้ว่า....................................................................................................................................

**แบบฝึกหัดที่ 2**

**คำสั่ง:** ให้นักเรียนแสดงการคำนวณหาค่าของรากต่อไปนี้ โดย**ไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์**

1. = ………………………………………………………………………………………..

2. = …………………………….………………………………………………………..

3. = ………………………………………….…………………………………………..

4. = ………………………………………………………………………………………..

5. = ………………………………………………………………………………………..

6. = ………………………………………………………………………………………..

7. = ………………………………………………………………………………………..

8. = ………………………………………………………………………………………